

ש"ע 1 - מרכס כוק 3

אומנסי אינרציה :

* מה נמצא פיק?

- מקוא והסקר אמטאות מרכס כוק 3
אומנסי אינרציה.

- היכרות עם שקי העקובה ותכלים

מרכס כוק 3 אצורות קסיסיות: אקן ומשול.

- המשק ותכלים אומנסי אינרציה ותספות
ש"ע אצורות קסיסיות: אקן ומשול.

- ש.ק.

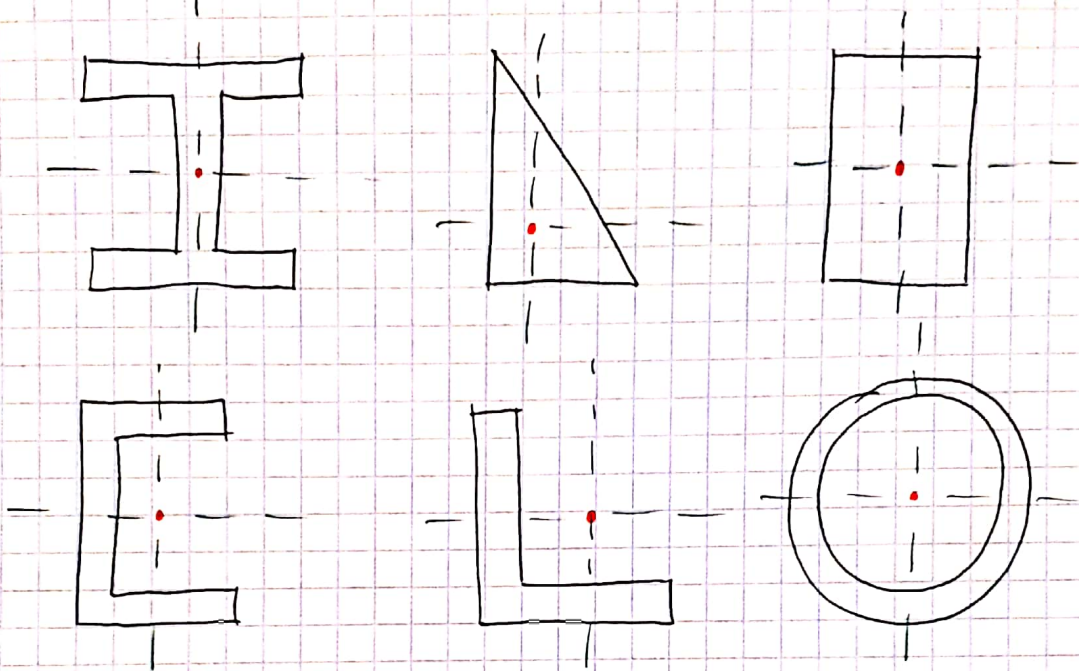
* תומר עזר זרול -

- הסבר "פכתים" (סטטיקה וחזק תומרים).

- סבר פולות וצבשים מהחזרת שלי.

מרכז כובץ - X_{cg}, Y_{cg}

הנק' קבוצה מה אק נכליל אומס
 נהק' מתחלה אחיזה זיית סהורה אלא
 אומנס . צוזמאות נפוזות אינאות אטול:

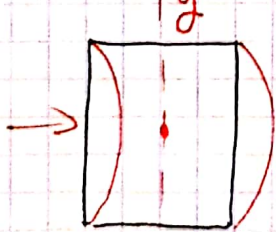


אומנס ס'נרזיה - I_x, I_y

איזת ההתנצות של החק הנטן אנפיה
 נצון קקורס אשני סוזיק של כפיות -

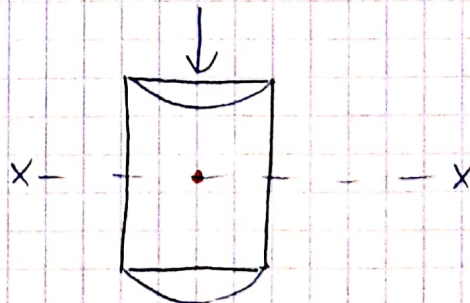
כפיה סקיב

\bar{y} \bar{x}



\bar{y}

כפיה סקיב זיר X



- ככל ארכי אומנס' האונרזיה
 צוזאיק 'ותר - ההתנצותם אנפיה צוזאה יותר.

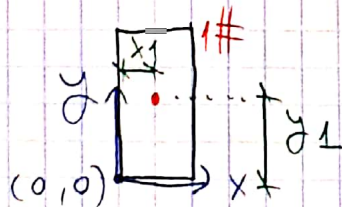
שטחי עקוביה :

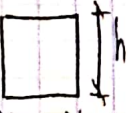
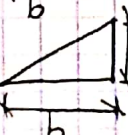
- 1) מספור צורות אלמנטריות + סימון בקווים את נק' מרכז הכובד שלהן.
- 2) סימון מארכת צירים - תמיד נצביר את ראשית הצירים בנק' השאלות-תחתונה.
- 3) חישוב פרמטרים חסימים לכל צורה אלמנטרית: A, I_x, I_y, x_c, y_c

A [cm²] - שטח פתח של צורה.

I_x, I_y [cm⁴] - מומנטי אינרציה של צורה. נחשב לק סקיי ציר x ו לק סקיי ציר y.

x_c/y_c [cm] - מרחקים בין נק' מרכז הכובד של צורה אלמנטרית לצירים. עזרה:



צורה	A [cm ²]	I_x [cm ⁴]	I_y [cm ⁴]
 מלבן	$h \cdot b$	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$\frac{h \cdot b^3}{12}$
 משולש	$\frac{h \cdot b}{2}$	$\frac{b \cdot h^3}{36}$	$\frac{h \cdot b^3}{36}$
צורות מספר	אוקיים מספר	אוקיים מספר	אוקיים מספר

(3) חישב מרכז כובד כחם של הצורה הנמשך:

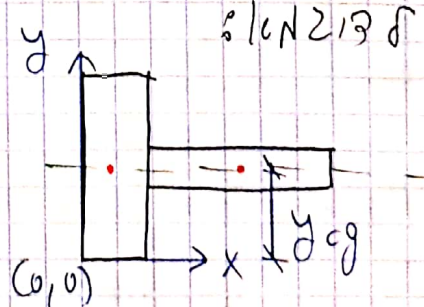
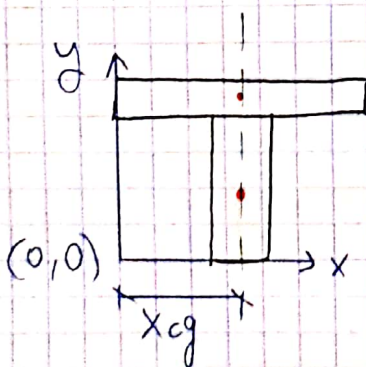
- ניתן למצוא את הממוצע הקואורדינטי:

$$X_{cg} = \frac{\sum A_i \cdot x_i}{\sum A_i}$$

$$y_{cg} = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i}$$

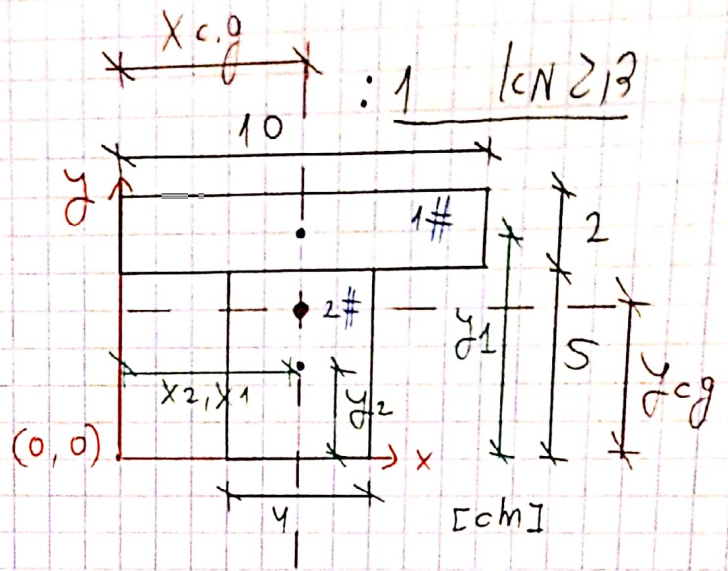
* X_{cg}/y_{cg} - מיקום מרכז הכובד ביחס לציר ה-X וה-Y.
 $cg = \text{center of gravity}$ (מרכז כובד)

* אם יש ציפינו סימטרית במרחב הצירים או משניהם - נמיה פתחים אחידים.
 סימטרית נכדה כן - אם ניתן להעביר קו אופקי (-) או אנכי (|) בין מרכז הכובד של כל הצורות, אז מתקיימת סימטריה סביב ציר זה.



	*	"	"	"	קו אנכי
→	"	"	"	"	"
"	"	"	"	"	"
"	"	"	"	"	"
"	"	"	"	"	"
"	"	"	"	"	"
"	"	"	"	"	"
"	"	"	"	"	"
·	"	"	"	"	"
·	"	"	"	"	"
·	"	"	"	"	"
·	"	"	"	"	"
·	"	"	"	"	"
·	"	"	"	"	"
·	"	"	"	"	"
·	"	"	"	"	"

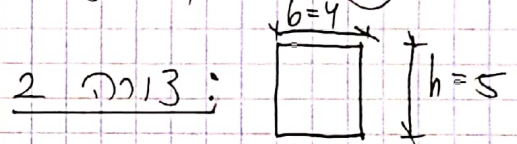
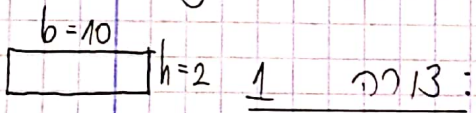
* ניתן להעביר קו אופקי בין 2 מרכזי הכובד של הצורות, אכן ישנם סימטריה סביב ציר X או ינרף את y_{cg}



1c) מספרנו צורות אלמנטריות וסימני מרכז כובד.

2) סימני מרכז כובד קנקן שלולית מתחתיה.

3) חישוב פרימטים של צורה מספרנו:



(h.b) $A_1 = 2 \cdot 10 = 20 \text{ cm}^2$

$A_2 = 5 \cdot 4 = 20 \text{ cm}^2$

$(\frac{b \cdot h^3}{12}) I_{x1} = \frac{10 \cdot 2^3}{12} = 6.67 \text{ cm}^4$

$I_{x2} = \frac{4 \cdot 5^3}{12} = 41.67 \text{ cm}^4$

$(\frac{h \cdot b^3}{12}) I_{y1} = \frac{2 \cdot 10^3}{12} = 166.67 \text{ cm}^4$

$I_{y2} = \frac{5 \cdot 4^3}{12} = 26.67 \text{ cm}^4$

$X_1 = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$

$X_2 = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$

$Y_1 = 5 + \frac{2}{2} = 6 \text{ cm}$

$Y_2 = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ cm}$

3) חישוב מרכז כובד כולל:

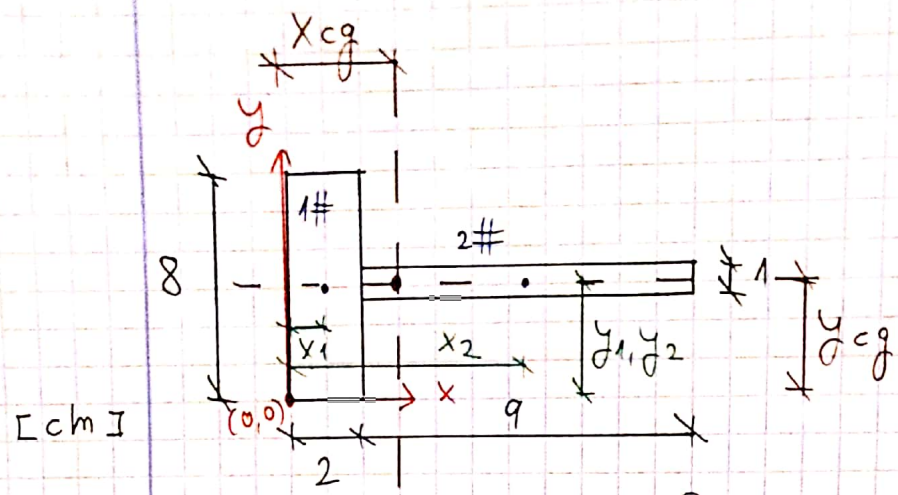
* ניתן לזהות סימטריה כלפי ציר y ולכן

נזכר מרכז כובד של כל חלק: $X_{cg} = 5 \text{ cm}$

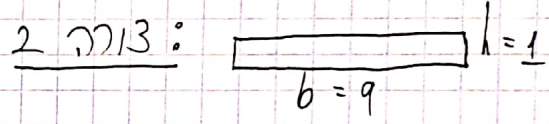
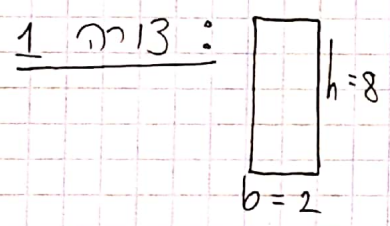
* חישוב ציר x שלן סימטריה, ולכן נשתמש

קנוסטה: $Y_{cg} = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + \dots}{A_1 + A_2 + \dots}$

$= \frac{20 \cdot 6 + 20 \cdot 2.5}{20 + 20} = 4.25 \text{ cm}$



- 10) מספרנו צורת אלמנטריות וסימנו אנכי סופר
- 11) סימנו מארכת צירים בקו' שמות תחתיה
- 12) חישוב פראמטר אפ' צורה מספרנו:



$$A_1 = 8 \cdot 2 = 16 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 1 \cdot 9 = 9 \text{ cm}^2$$

$$I_{x_1} = \frac{2 \cdot 8^3}{12} =$$

$$I_{x_2} = \frac{9 \cdot 1^3}{12} = 0.75 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_1} = \frac{8 \cdot 2^3}{12} =$$

$$I_{y_2} = \frac{1 \cdot 9^3}{12} = 60.75 \text{ cm}^4$$

$$x_1 = \frac{2}{2} = 1 \text{ cm}$$

$$x_2 = 2 + \frac{9}{2} = 6.5 \text{ cm}$$

$$y_1 = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

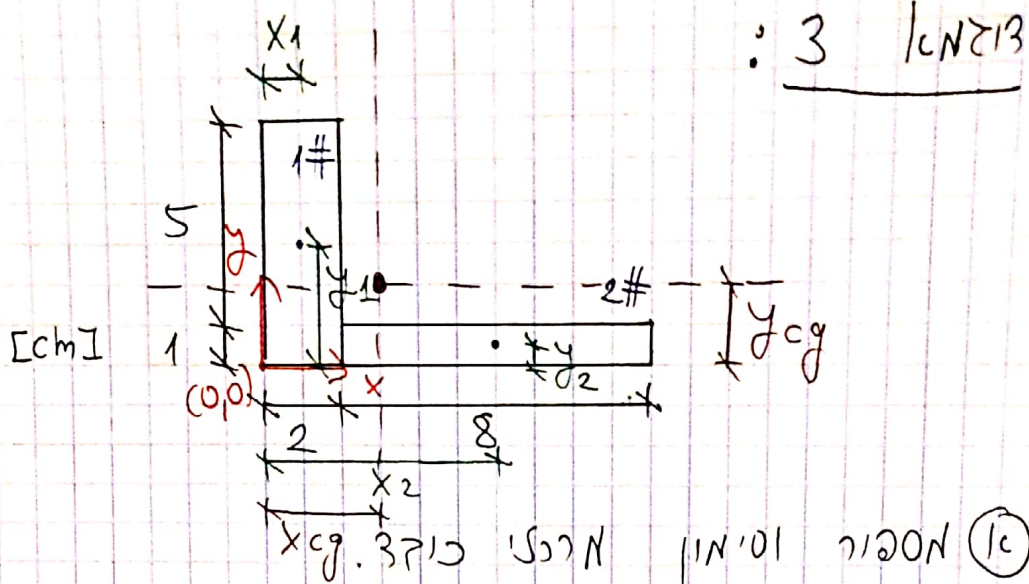
$$y_2 = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

חישוב אנכי סופר קוקר : (12) חישוב פראמטר אפ' צורה

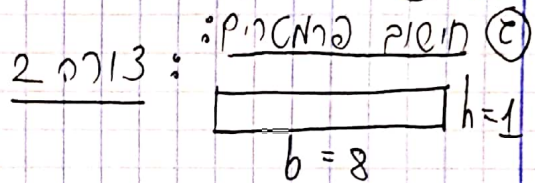
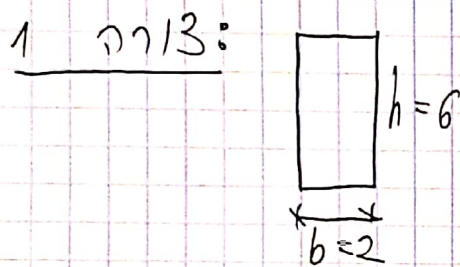
$$y_{cg} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$x_{cg} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2}$$

$$= \frac{16 \cdot 1 + 9 \cdot 6.5}{16 + 9} = 2.98 \text{ cm}$$



מחלקים את הצורה לשתי מלבנים (1) ו-(2) ומחשבים את מרכז המסה של כל אחד מהם.



$$A_1 = 6 \cdot 2 = 12 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 1 \cdot 8 = 8 \text{ cm}^2$$

$$I_{x1} = \frac{2 \cdot 6^3}{12} = 36 \text{ cm}^4$$

$$I_{x2} = \frac{8 \cdot 1^3}{12} = 0.67 \text{ cm}^4$$

$$I_{y1} = \frac{6 \cdot 2^3}{12} = 4 \text{ cm}^4$$

$$I_{y2} = \frac{1 \cdot 8^3}{12} = 42.67 \text{ cm}^4$$

$$x_1 = \frac{2}{2} = 1 \text{ cm}$$

$$x_2 = 2 + \frac{8}{2} = 6 \text{ cm}$$

$$y_1 = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$

$$y_2 = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ cm}$$

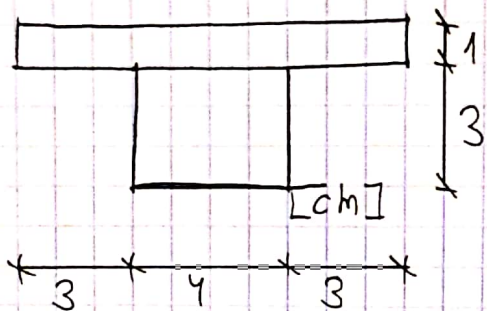
מחשבים את מרכז המסה של הצורה (3):

$$x_{cg} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2} = \frac{12 \cdot 1 + 8 \cdot 6}{12 + 8} = 3 \text{ cm}$$

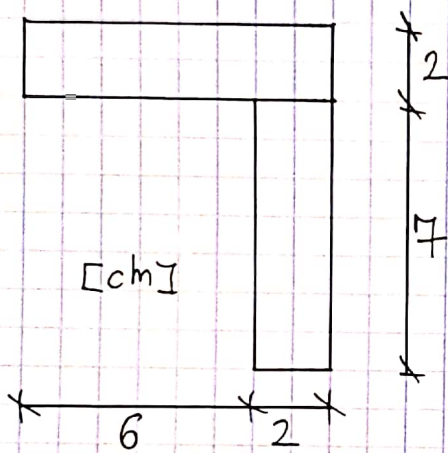
$$y_{cg} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2} = \frac{12 \cdot 3 + 8 \cdot 0.5}{12 + 8} = 2 \text{ cm}$$

עקרון כיתוב : המשלוח למטה כולל כולו.

1

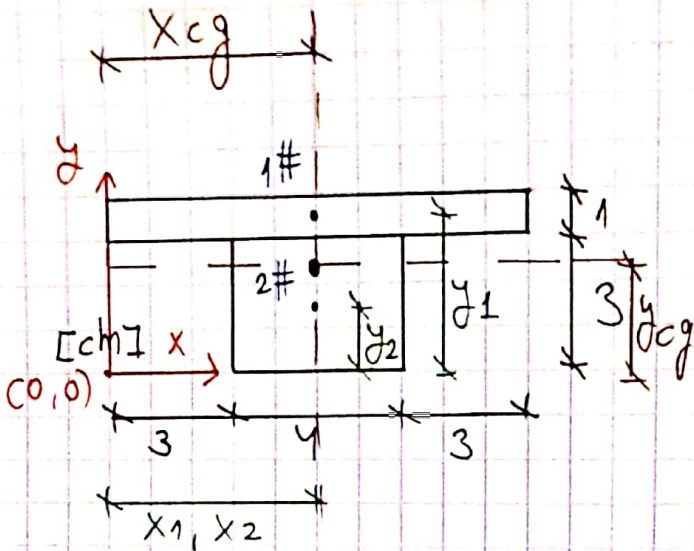


2

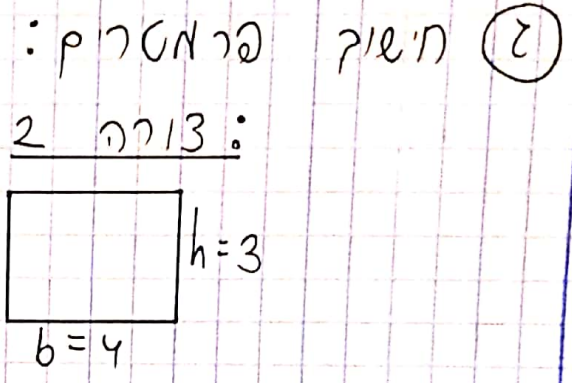
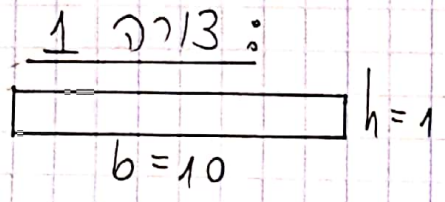


פתרון תמונת כיתה:

1



10 סמ"ר וסמ"ר 3 כובד
 4 סמ"ר וסמ"ר 3 כובד



$$A_1 = 1 \cdot 10 = 10 \text{ cm}^2$$

$$I_{x_1} = \frac{10 \cdot 1^3}{12} = 0.83 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_1} = \frac{1 \cdot 10^3}{12} = 83.33 \text{ cm}^4$$

$$A_2 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2$$

$$I_{x_2} = \frac{4 \cdot 3^3}{12} = 9 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_2} = \frac{3 \cdot 4^3}{12} = 16 \text{ cm}^4$$

$x_1 = 5 \text{ cm}$

$y_1 = 3 + \frac{1}{2} = 3.5 \text{ cm}$

$x_2 = 5 \text{ cm}$

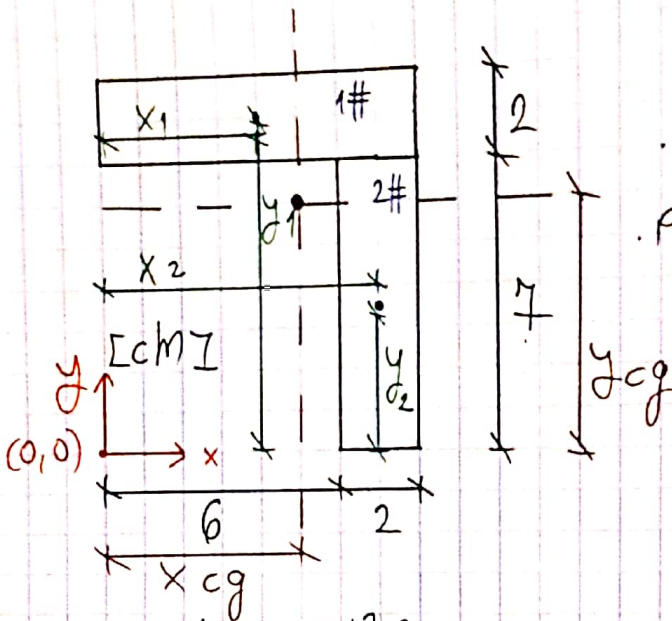
$y_2 = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ cm}$

3 חלקים נוספים כובד כובד:

$x_{cg} = 5 \text{ cm}$ (מרכז המסה)

$y_{cg} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2} = \frac{10 \cdot 3.5 + 12 \cdot 1.5}{10 + 12} = 2.41 \text{ cm}$

2



10) מרכז המסה של צורה מרוכבת.
 7) מרכז המסה של צורה מרוכבת.

2) מרכז המסה של צורה מרוכבת:

2) מרכז המסה:

$$A_1 = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 7 \cdot 2 = 14 \text{ cm}^2$$

$$I_{x_1} = \frac{2 \cdot 8^3}{12} = 5.33 \text{ cm}^4$$

$$I_{x_2} = \frac{2 \cdot 7^3}{12} = 57.17 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_1} = \frac{2 \cdot 8^3}{12} = 85.33 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_2} = \frac{7 \cdot 2^3}{12} = 4.67 \text{ cm}^4$$

$$x_1 = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$x_2 = 6 + \frac{2}{2} = 7 \text{ cm}$$

$$y_1 = 7 + \frac{2}{2} = 8 \text{ cm}$$

$$y_2 = \frac{7}{2} = 3.5 \text{ cm}$$

3) מרכז המסה של צורה מרוכבת:

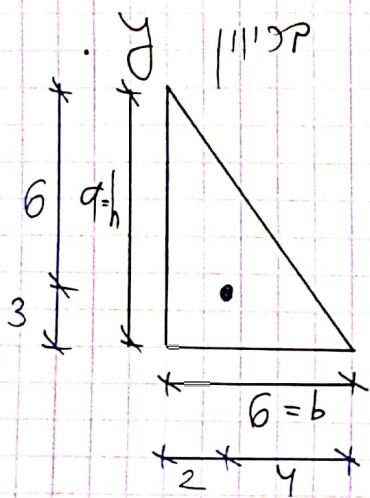
$$x_{cg} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2} = \frac{16 \cdot 4 + 14 \cdot 7}{16 + 14} = 5.4 \text{ cm}$$

$$y_{cg} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2} = \frac{16 \cdot 8 + 14 \cdot 3.5}{16 + 14} = 5.9 \text{ cm}$$

סיבול קמחול

* אלוט סדר פארוות כמו קמחול, אמת נוסחאות
 שונות שפורטו קמחול האקול.

* מיקום מרכז הכובד של משולש יחידה קבועה
 אסיבול קמחול אבוליס מולול - שולס אפסוף
 חזקה - חזק קמחול X וזק קמחול Y



[cm]

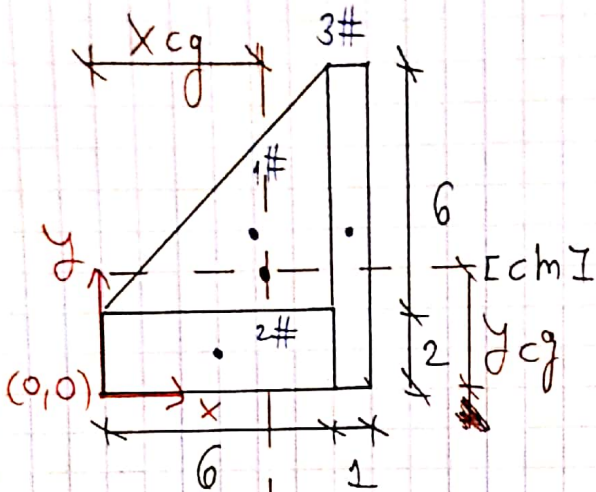
אולול

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 9}{2} = 27 \text{ cm}^2$$

$$I_x = \frac{b \cdot h^3}{36} = \frac{6 \cdot 9^3}{36} = 121.5 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{h \cdot b^3}{36} = \frac{9 \cdot 6^3}{36} = 54 \text{ cm}^4$$

4 / 10213



370. N מ'01 100N (1)

173 מ'0 110N (2)

170 מ'0 110N (3)

1 מ'13 :

2 מ'13 :

3 מ'13 :

$$A_1 = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 6 \cdot 2 = 12 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = 8 \cdot 1 = 8 \text{ cm}^2$$

$$I_{x1} = \frac{6 \cdot 6^3}{36} = 36 \text{ cm}^4$$

$$I_{x2} = \frac{6 \cdot 2^3}{12} = 4 \text{ cm}^4$$

$$I_{x3} = \frac{1 \cdot 8^3}{12} = 42.67 \text{ cm}^4$$

$$I_{y1} = \frac{6 \cdot 6^3}{36} = 36 \text{ cm}^4$$

$$I_{y2} = \frac{2 \cdot 6^3}{12} = 36 \text{ cm}^4$$

$$I_{y3} = \frac{8 \cdot 1^3}{12} = 0.67 \text{ cm}^4$$

$$X_1 = 4 \text{ cm}$$

$$X_2 = 3 \text{ cm}$$

$$X_3 = 6.5 \text{ cm}$$

$$Y_1 = 4 \text{ cm}$$

$$Y_2 = 1 \text{ cm}$$

$$Y_3 = 4 \text{ cm}$$

מ'13 : 370 מ'0 110N (3)

$$X_{cg} = \frac{A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 + A_3 \cdot X_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{18 \cdot 4 + 12 \cdot 3 + 8 \cdot 6.5}{18 + 12 + 8} = 4.21 \text{ cm}$$

$$Y_{cg} = \frac{A_1 \cdot Y_1 + A_2 \cdot Y_2 + A_3 \cdot Y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{18 \cdot 4 + 12 \cdot 1 + 8 \cdot 4}{18 + 12 + 8} = 3.05 \text{ cm}$$

רצו 2 יחד פה פירוק כל הנקודה
: נתון פ'נ"ונה וצ"פ

(הצ"פ) : נ"ע תפוח פ'ען ①

$$Sx_i = A_i \cdot (x_i - x_{cg})^2$$

$$Sy_i = A_i \cdot (y_i - y_{cg})^2$$

: פ'ר"כ וצ"פ'ל 'ע'נ"נ פ'ען ①

$$I_{xT} = \sum (Ix_i + Sy_i)$$

$$I_{yT} = \sum (Iy_i + Sx_i)$$

נ"ע תפוח פ'ען : : וצ"פ פ'ען

①

$$Sx_1 = A_1 \cdot (x_1 - x_{cg})^2 = 18 \cdot (4 - 4.21)^2 = 0.79 \text{ cm}^4$$

$$Sy_1 = A_1 \cdot (y_1 - y_{cg})^2 = 18 \cdot (4 - 3.05)^2 = 16.245 \text{ cm}^4$$

$$Sx_2 = A_2 \cdot (x_2 - x_{cg})^2 = 12 \cdot (3 - 4.21)^2 = 17.57 \text{ cm}^4$$

$$Sy_2 = A_2 \cdot (y_2 - y_{cg})^2 = 12 \cdot (1 - 3.05)^2 = 50.43 \text{ cm}^4$$

$$Sx_3 = A_3 \cdot (x_3 - x_{cg})^2 = 8 \cdot (6.5 - 4.21)^2 = 41.95 \text{ cm}^4$$

$$Sy_3 = A_3 \cdot (y_3 - y_{cg})^2 = 8 \cdot (4 - 3.05)^2 = 7.22 \text{ cm}^4$$

① פ'ר"כ וצ"פ'ל 'ע'נ"נ פ'ען :

$$I_{xT} = Ix_1 + Sy_1 + Ix_2 + Sy_2 + Ix_3 + Sy_3$$

$$= 36 + 16.245 + 4 + 50.43 + 42.67 + 7.22 = 156.565 \text{ cm}^4$$

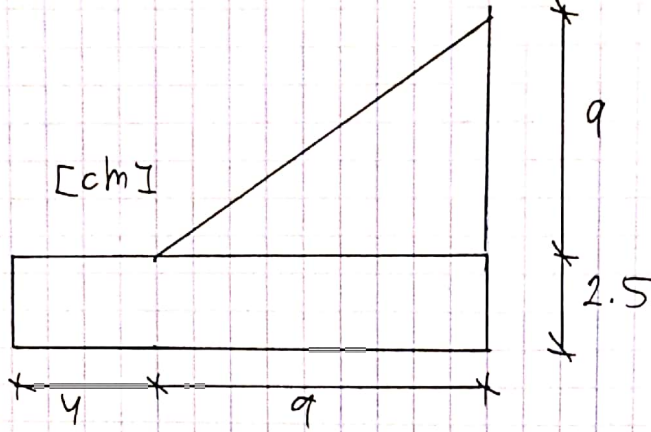
$$I_{yT} = Iy_1 + Sx_1 + Iy_2 + Sx_2 + Iy_3 + Sx_3$$

$$= 36 + 0.79 + 36 + 17.57 + 0.67 + 41.95 = 132.98 \text{ cm}^4$$

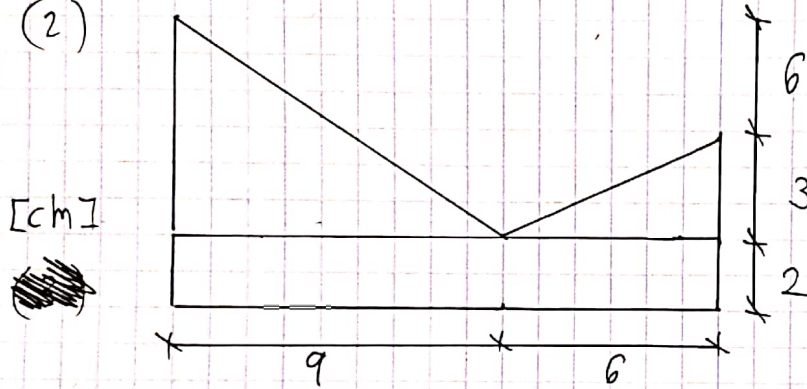
פ.ל: * עזרתי לך לראות את הבעיה כבעיה של פ.ל

הצורה היא
 קטנה!
 היא הפשוטה
 שאפשר להשתמש בה

(1)



(2)



(3)

